

Рациональное расположение уровнемеров на силосах для минимизации ошибки вычисления объема



В статье рассмотрены варианты рационального размещения на силосах уровнемеров, предназначенных для вычисления объема сыпучих продуктов. Приведены математические расчеты, показывающие, на каком расстоянии от оси силоса должны быть расположены уровнемеры, чтобы измерение объема осуществлялось с минимально возможной ошибкой.

АО «СПЕЦКОМПЛЕКТПРИБОР», г. Москва

Введение

АО «СПЕЦКОМПЛЕКТПРИБОР» – компания, специализирующаяся на системах учета жидких, газообразных и сыпучих продуктов, для которых применяются самые современные методы, оборудование и ПО, в частности, уникальная система измерения «Скан-200»¹, позволяющая измерять объем сыпучих продуктов в закрытых силосах. В инженерной практике часто встречается задача измерения объема продукта внутри силоса круглой формы. При этом в качестве средств измерения применяются одноточечные уровнемеры: радарные, ультразвуковые, лазерные, серво и т.д. Сыпучие продукты, как правило, имеют неровную поверхность, поэтому погрешность может оказаться большой. Оптимальное расположение уровнемеров позволяет свести погрешность измерений к минимуму.

В статье будут рассмотрены варианты рационального размещения одного, двух и трех уровнемеров, предназначенных для вычисления объема, в предположении, что продукт засыпается строго сверху и разгружается из одной точки в середине. В этом случае поверхность продукта имеет круговую симметрию относительно вертикальной оси силоса.

Случай 1. Форма продукта в виде правильного конуса

Вначале рассмотрим простой случай, когда поверхность имеет простую форму в виде конуса, которая обычно образуется при длительной загрузке, и необходимо установить только один прибор для измерения уровня, который оптимальным образом измерял бы объем (рис. 1).

Требуется определить радиус установки прибора таким образом, чтобы при перемножении его показаний на известную площадь силоса получить реальный объем. Этому требованию соответствует следующее условие:

$$V_{\text{конусн. части}} = V_{\text{экв. цилиндра}},$$

где $V_{\text{конусн. части}}$ – объем конусной части, $V_{\text{экв. цилиндра}}$ – объем эквивалентного цилиндра, определяемый по показаниям уровнемера h .

$$\frac{SH}{3} = Sh,$$

$$\frac{H}{3} = h,$$

$$\frac{H-h}{r} = \frac{H}{R},$$

$$r = \frac{2}{3}R.$$

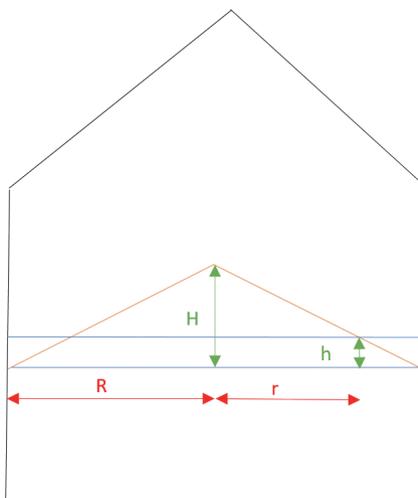


Рис. 1. Продукт расположен в виде конуса: режим длительной загрузки

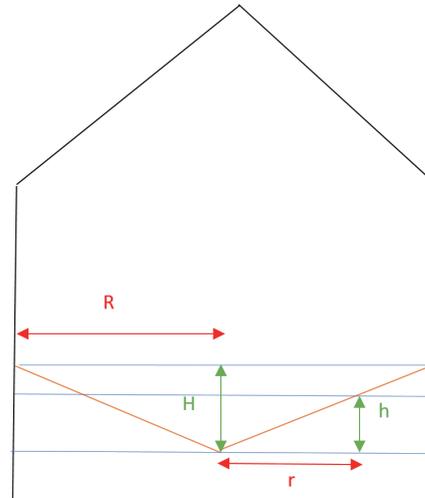


Рис. 2. Длительная выгрузка: продукт в виде воронки

¹ Система измерения объемов сыпучих продуктов // ИСУП. 2021. № 2.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда продукт долго выгружался из силоса. В этом случае продукт примет форму воронки, и объем эквивалентного цилиндра должен равняться разности между цилиндром с высотой H и объемом пустого пространства, которое имеет форму конуса с высотой H (рис. 2):

$$V_{\text{экв. цилиндра}} = V_{\text{цилиндр}} - V_{\text{конус. части}} .$$

$$Sh = SH - \frac{SH}{3} ,$$

откуда высота вычисляется как:

$$h = \frac{2H}{3} .$$

Чтобы найти расстояние r от центра силоса, где устанавливается уровнемер, запишем соотношение:

$$\frac{h}{r} = \frac{H}{R} ,$$

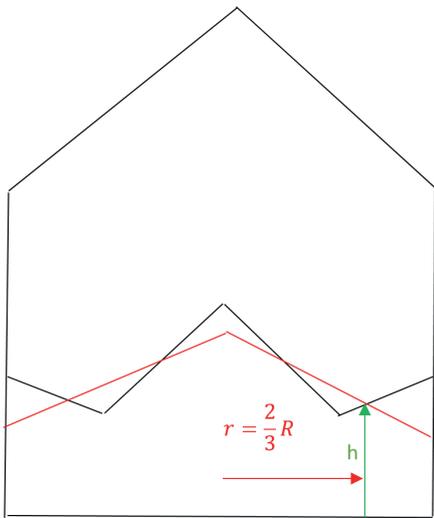


Рис. 3. Продукт внутри силоса имеет сложную форму

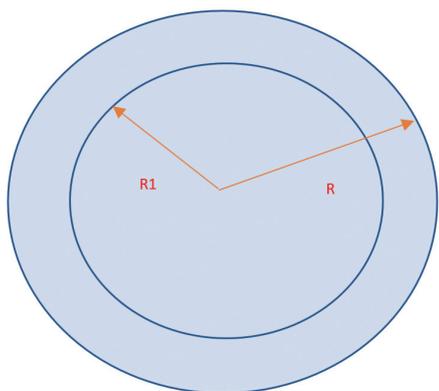


Рис. 4. Площадь основания разделена на две равные части

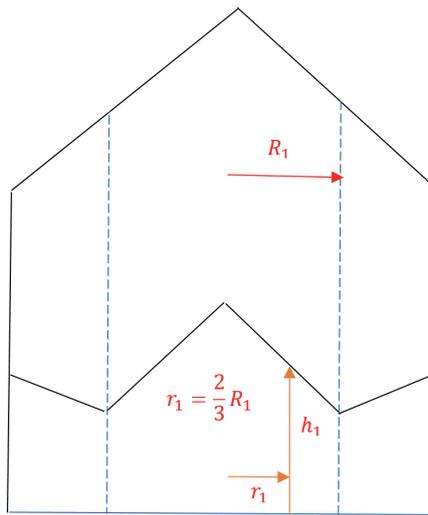


Рис. 5. Оптимальное расположение первого уровнемера

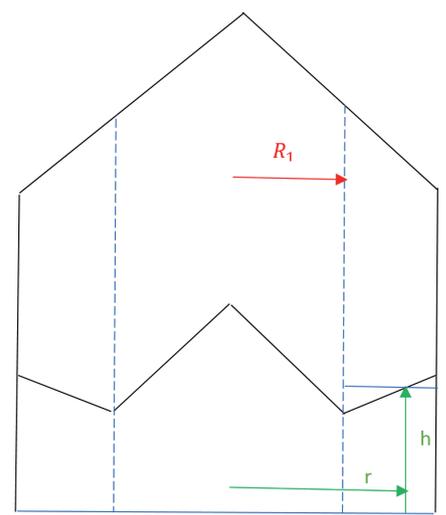


Рис. 6. Оптимальное расположение второго уровнемера

откуда находим расстояние r для установки датчика уровня:

$$r = \frac{2}{3} R .$$

Оно совпало с расстоянием для установки в случае заполнения силоса.

Вывод: в случае установившегося режима загрузки или выгрузки прибор, установленный на расстоянии $\frac{2}{3}R$ от центра, адекватно отображает объем вне зависимости от угла наклона продукта.

Случай 2. Сложная форма поверхности. Поверхность разделена на два участка

Если силос, будучи не полностью выгруженным, начинает заполняться вновь, то прибор, установленный на оптимальном расстоянии от центра, будет аппроксимировать поверхность неким конусом (на рис. 3 этот конус выделен красным цветом). При этом ошибка измерения объема будет существенной. В целях уменьшения ошибки можно использовать второй прибор.

Для того чтобы установить два прибора оптимальным образом, разделим площадь основания силоса на две равные части, то есть площадь внутренней части должна равняться площади внешней части (рис. 4). Теперь, если внутри силоса продукт расположен, как на рис. 3, требуется установить уровнемеры так, чтобы при умножении их показаний на соответствующие площади получился правильный объем.

Соотношение для равных площадей записывается так:

$$\pi R_1^2 = \pi R^2 - \pi R_1^2 ,$$

откуда:

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt{2}} = 0,7R .$$

Первый датчик расположим на оптимальном расстоянии r от центра, аналогично случаю 1:

$$r_1 = \frac{2}{3} R_1 = \frac{\sqrt{2}R}{3} = 0,47R .$$

Для оптимального расположения второго датчика вначале предположим, что продукт лежит в виде конуса в первой части, а во второй, внешней части продукт лежит в виде воронки, как это изображено на рис. 5.

Для второго уровнемера потребуем, чтобы по его показаниям можно было вычислить объем во второй части без ошибки (но только для случая, когда продукт лежит строго таким образом, как указано на рис. 5 и 6).

Решение задачи. Вначале запишем общее уравнение для вычисления элементарного объема фигуры вращения в полярных координатах:

$$dV = \iint h(r)rdrd\alpha ,$$

где высота продукта h как функция от расстояния r от центра имеет вид:

$$h = k(r - R_1) .$$

Объем интересующей части конуса:

$$V = \iint_0^{2\pi} \int_{R_1}^R (r - R_1)rdrd\alpha .$$

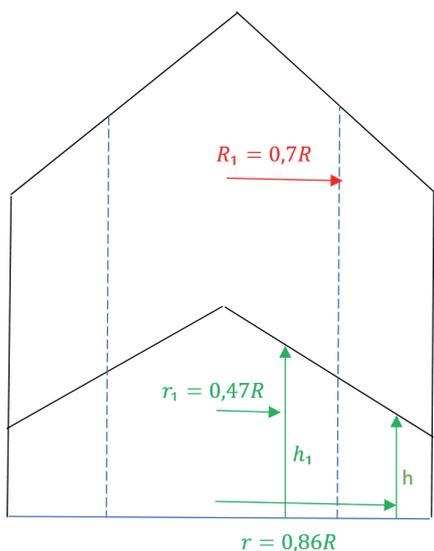


Рис. 7. Проверка правильности вычисления объема

Объем эквивалентного цилиндра:

$$V = hS = h(R^2 - R_1^2)\pi .$$

Приравнявая их, находим расстояние от центра для второго датчика:

$$r = \frac{\frac{2}{3}(R^3 - R_1^3) - R_1(R^2 - R_1^2)}{R^2 - R_1^2} + R_1 .$$

Подставляя в это уравнение выражение для R_1 :

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt{2}} ,$$

имеем:

$$r = \frac{R(4 - \sqrt{2})}{3} = 0,86R .$$

Отсюда видно, что точка установки второго датчика также не зависит от угла наклона продукта.

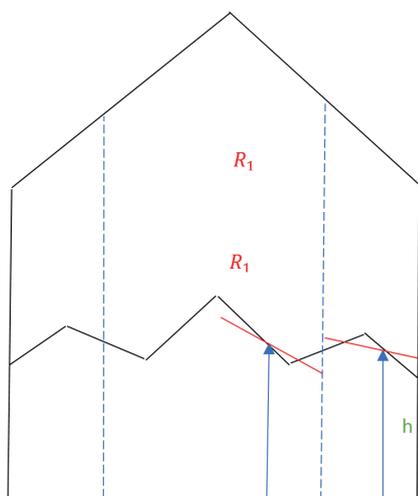


Рис. 8. Ошибка измерения объема, если поверхность имеет 3 перегиба

Выбранную расстановку уровней можно проверить для случая, когда продукт имеет правильную геометрическую форму. Рассмотрим случай, когда продукт лежит в виде конуса. Тогда его объем вычисляется по формуле:

$$V = \frac{\pi HR^2}{3} = 0,33\pi kR^3 ,$$

где H – высота конуса, R – радиус основания, k – тангенс угла естественного откоса продукта.

С другой стороны, мы имеем показания двух уровнемеров h и h_1 , установленных на расстоянии соответственно r и r_1 от центра, как показано на рис. 7.

Проверка производится таким образом, что показания первого уровнемера умножаются на площадь первого участка. Получим объем первого участка:

$$V_1 = h_1 S_1 = h_1 \pi R_1^2 = k(R - 0,47R)\pi(0,7R)^2 = 0,2597\pi kR^3 .$$

Аналогично вычислим объем второй части:

$$V_2 = h(S - S_1) = k(R - 0,86R)\pi(R^2 - (0,7R)^2) = 0,0714\pi kR^3 .$$

Складывая эти объемы, получаем:

$$V = V_1 + V_2 = (0,2597 + 0,0714)\pi kR^3 = 0,33\pi kR^3 ,$$

что полностью совпало с объемом правильного конуса.

Случай 3. Сложная форма поверхности.

Поверхность разделена на три участка

Теперь предположим, что в силосе больше двух точек перегиба, например три. Такая поверхность может возникнуть, когда процессы выгрузки и загрузки не были завершены до конца.

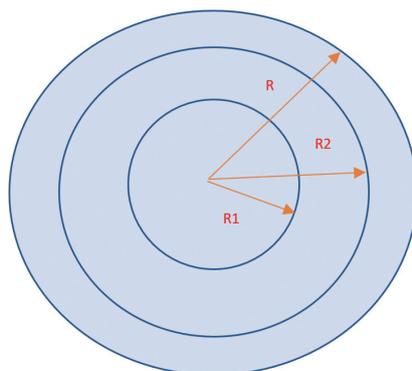


Рис. 9. Разделение площади основания на 3 равные части в случае использования трех уровнемеров

Если использовать предыдущее расположение двух датчиков, то они будут аппроксимировать поверхность, как указано красными линиями на рис. 8. Для дальнейшего увеличения точности снова разделим основание, теперь уже на три части, как показано на рис. 9.

В этом случае площади будут ограничены радиусами следующим образом:

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt{3}} = 0,577R ,$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}R = 0,8165R .$$

Расстояние до первого датчика будет определяться как:

$$r_1 = \frac{2}{3}R_1 = \frac{R}{3\sqrt{3}} = 0,38R ,$$

расстояние от центра для второго датчика уровня определяется так:

$$r_2 = \frac{\frac{2}{3}(R_2^3 - R_1^3) - R_1(R_2^2 - R_1^2)}{R_2^2 - R_1^2} + R_1 .$$

Или, с учетом подстановки для R_1 и R_2 , получим:

$$r_2 = \frac{2R\sqrt{3}(2\sqrt{2} - 1)}{9} = 0,7R .$$

Расстояние для r для третьего датчика находим из выражения:

$$r = \frac{\frac{2}{3}(R^3 - R_2^3) - R_2(R^2 - R_2^2)}{R^2 - R_2^2} + R_2 .$$

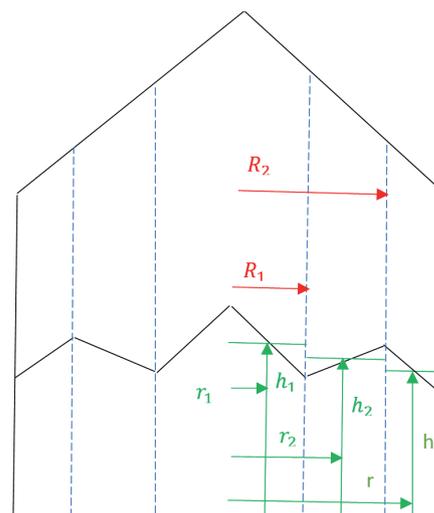


Рис. 10. Эквивалентные уровни. Объемы цилиндров, которые построены по этим уровням, полностью соответствуют объемам соответствующих конусов вне зависимости от углов наклона

После подстановки выражения для R_2 находим:

$$r = R\left(2 - \frac{4\sqrt{6}}{9}\right) = 0,91R .$$

Проведем проверку правильности расположения трех уровнемеров аналогично случаю с двумя уровнемерами. Будем снова рассматривать правильный конус с высотой H и радиусом R . Но теперь объем будем вычислять по показаниям трех датчиков уровня, расположенных рациональным образом (рис. 10).

Имеем:

$$V_1 = h_1 S_1 = h_1 \pi R_1^2 = k(R - 0,38R)\pi(0,577R)^2 = 0,2\pi k R^3 ,$$

$$V_2 = h_2(S_2 - S_1) = k(R - 0,7R)\pi((0,8165R)^2 - (0,577R)^2) = 0,1\pi k R^3 ,$$

$$V_3 = h(S - S_2) = k(R - 0,91R)\pi(R^2 - (0,8165R)^2) = 0,03\pi k R^3 .$$

Суммируя объемы, получаем:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = (0,2 + 0,1 + 0,03)\pi k R^3 = 0,33\pi k R^3 ,$$

что также совпало с объемом конуса.

Заключение

Как было показано, в случае круговой симметрии продукта относительно оси силоса существует рациональное размещение уровнемеров, обеспечивающее измерение объема с минимально возможной ошибкой.

1. При использовании одного уровнемера его нужно располагать на расстоянии $2R/3$ от центра. Объем вычисляется как произведение площади силоса на показания уровнемера, без учета угла наклона продукта.

2. Если используются два уровнемера, то их следует располагать на расстояниях $0,47R$ и $0,86R$ от центра. При этом основание нужно разделить на две площади по радиусу $0,7R$.

3. В случае применения трех датчиков они должны располагаться на расстояниях $0,38R$, $0,7R$ и $0,91R$ от центра силоса. При этом основание силоса делится на три равные площади, которые ограничиваются радиусами:

$$R_1 = \frac{R}{\sqrt{3}} = 0,577R ,$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{2}{3}}R = 0,8165R .$$

Объем вычисляется как сумма произведений соответствующей площади на показания уровнемера.

А. С. Нажалкин, генеральный директор,
АО «СПЕЦКОМПЛЕКТПРИБОР», г. Москва,
тел.: +7 (499) 705-1489,
e-mail: info@skpcorp.ru,
сайт: www.skpcorp.ru